

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
В.Н. Деснянский
«28» октября 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2022-2023 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс

Вариант 1

Задание 1.

Два всадника выезжают одновременно навстречу друг другу из пункта А в пункт В и из пункта В в пункт А. После встречи один прибывает в пункт В через 27 минут, другой в пункт А через 12 минут. За сколько минут проехал каждый всадник путь АВ?

Задание 2.

Разложите на множители:

$$x^5 + x + 1.$$

Задание 3.

Известно, что уравнение $x^5 - 5x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$ имеет 5 положительных корней. Найдите числа а, б, с.

Задание 4.

Сравните два числа:

$$\sqrt{10 + \sqrt{24}} + \sqrt{40} + \sqrt{60} \text{ и } 5,4$$

Ответ обоснуйте.

Задание 5.

Решите в целых числах систему:

$$\begin{cases} z^2 + yx - yz - zx = 3x - 3z + 2 \\ 9z + x + y = 6 + xz + yz \end{cases}$$

Задание 6.

Решите уравнение:

$$\sin^3 x + \frac{1}{2} \sin 2x - 2 \sin x - \sin x \sin 2x - 2 \cos^2 x + 4 \cos x = 0.$$

Задание 7.

Решите неравенство:

$$\log_{x-3} |x-4| < 2.$$

Задание 8.

На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость 6 прямых, если прямые не проходят через одну точку и любые две не параллельны. Ответ обоснуйте.

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
В.Н. Деснянский
«28» ноября 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2022-2023 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс

Вариант 2

Задание 1.

Велосипедист проезжает 1 км при попутном ветре за 3 минуты, а при движении против того же ветра – за 5 минут. За сколько минут он проезжает 1 км в безветренную погоду?

Задание 2.

Разложите на множители выражение:

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$$

Задание 3.

Известно, что уравнение $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ имеет четыре положительных корня.

Найдите числа a и b .

Задание 4.

Сравните два числа:

$$\sqrt{15 + \sqrt{60}} + \sqrt{84} + \sqrt{140} \text{ и } 6,5.$$

Ответ обоснуйте.

Задание 5.

Решите в целых числах систему:

$$\begin{cases} x^2 + yz - yx - zx = 3z - 3x + 2 \\ 9x + z + y = 6 + xz + yx \end{cases}$$

Задание 6.

Решите тригонометрическое уравнение:

$$\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x \sin x - 2 \cos x - 4 \sin^3 x - 2 \sin 2x + 8 \sin x = 0$$

Задание 7.

Решите неравенство:

$$\log_{|1-2x|}(3-x) \geq 1$$

Задание 8.

На какое наибольшее число частей могут разделить плоскость 4 прямые?
Ответ обоснуйте.

Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»
В.Н. Деснянский
«28» ноября 2022 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2022-2023 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс**

Вариант 3

Задание 1.

На дороге в гору, соединяющую два селения, нет горизонтальных участков дороги. Автобус в гору всегда идет со скоростью 30 км/ч, а с горы – 60 км/ч. На проезд туда и обратно автобус тратит 2 часа (не считая остановок).

Найдите длину пути между селениями.

Задание 2.

Представьте в виде произведения множителей выражение:

$$x^2 - y^2 - x + 3y - 2$$

Задание 3.

Известно, что уравнение $x^6 - 6x^5 + 15x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

- имеет шесть действительных корней.

Найдите числа a, b, c, d.

Задание 4.

Сравните два числа:

$$\sqrt{15 + \sqrt{48}} + \sqrt{\sqrt{56} + \sqrt{168}} \text{ и } 6,40.$$

Ответ обоснуйте.

Задание 5.

Решите в целых числах систему:

$$\begin{cases} y^2 + zx - zy - yx = 3x - 3y + 5 \\ 2y - 3 = yx - yz - 2x + 2z \end{cases}$$

Задание 6.

Решите тригонометрическое уравнение:

$$\sin 2x \cos^2 x - \sin x \sin 2x + 2 \cos x \sin 2x - 4 \sin 2x - 2 \cos^3 x + 2 \cos x \sin x - 4 \cos^2 x + 8 \cos x = 0$$

Задание 7.

Решите неравенство:

$$\log_{1-x}(2x - 1) \geq 1$$

Задание 8.

На какое наибольшее число частей могут разбить плоскость 5 прямых, если никакие две прямые не параллельны.

Ответ обоснуйте.